

Přípravný kurz – Matematika



Téma: Konstrukční úlohy

Klíčová slova: rozbor, náčrt, popis, diskuse
počtu řešení, kružnice opsaná a vepsaná
trojúhelníku

Autor:

Mlynářová

12 19-9:02

Konstrukční úlohy



- Výsledkem tzv. konstrukční úlohy je narýsování geometrického útvaru, který má požadované rozměry a jiné dané vlastnosti

Opakování základních pojmů

přímka – značíme:

polopřímka –

úsečka –

kolmice –

rovnoběžka –

osa úsečky –

úhel –

osa úhlu –

kružnice –

trojúhelník

čtverec

12 19-9:07



Množina bodů dané vlastnosti

- Body množiny, které splňují danou vlastnost

Základní množiny všech bodů

osa rovinného pásu

kružnice

osa úhlu

osa úsečky

Thaletova kružnice

množina všech bodů, které mají stejnou vzdálenost od dvou daných navzájem různých bodů A, B,

množina všech bodů, které mají stejnou vzdálenost od dvou daných navzájem různých rovnoběžek

množina všech bodů, které mají od daného bodu S danou vzdálenost r

množina všech bodů, které mají stejnou vzdálenost od dvou daných různoběžek

množina všech bodů, z nichž je danou úsečku AB vidět pod pravým úhlem, je kružnice sestavená nad průměrem AB

12 19-9:07

Úlohy



- Co je množinou všech bodů v rovině, které jsou stejně vzdáleny od daného bodu?
- Co je množinou středů všech kružnic v rovině, které procházejí dvěma danými různými body?
- Co je množinou středů všech kružnic v rovině, které se dotýkají daných dvou rovnoběžek?

12 19-9:07

Domácí úkol



Co je množinou všech bodů v rovině, které mají od dvou různých bodů A, B stejnou vzdálenost?
Vyber správnou odpověď.

- A) kružnice se středem v bodě A a poloměrem rovným polovině délky úsečky AB
- B) přímka rovnoběžná s úsečkou AB
- C) osa úsečky AB
- D) kružnice se středem ve středu úsečky AB procházející body A a B

12 19-9:07

Trojúhelník - opakování

Druhy trojúhelníků



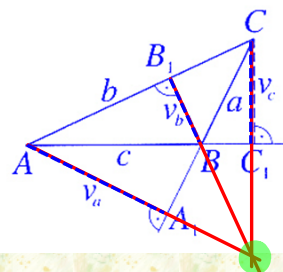
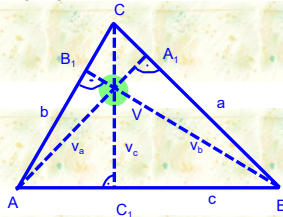
tupoúhlý

ostroúhlý

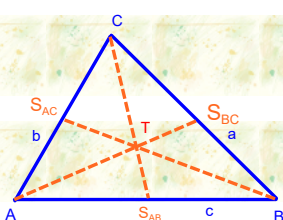
pravoúhlý

Úsečky v trojúhelníku

Výšky



Těžiště



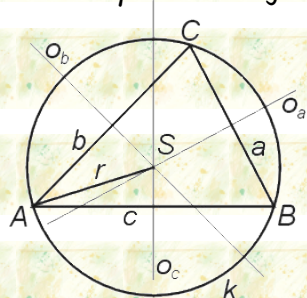
12 19-9:07

Trojúhelník - opakování



Kružnice a trojúhelník

Kružnice opsaná trojúhelníku



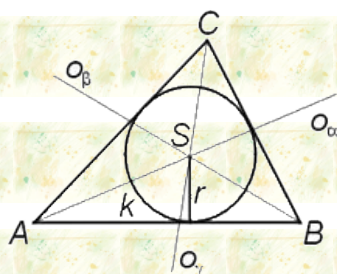
kružnice opsaná ... $k(S;r)$

osy stran o_a, o_b, o_c

střed kružnice $S \in o_a \cap o_b \cap o_c$

poloměr kružnice ... $r = |AS|$

Kružnice vepsaná trojúhelníku



kružnice vepsaná ... $k(S;r)$

osy úhlů o_a, o_b, o_c

střed kružnice $S \in o_a \cap o_b \cap o_c$

poloměr kružnice $r = |S, AB|$

12 19-9:07

Symbolické zápisy



$\cap$

$|AB|$

Velikost úsečky

Velikost úhlu

$\parallel$

Rovnoběžné s..

Průnik

$|\angle ABC|$

Kolmé na

$\in$

Sjednoceno

$\cup$

Je prvkem

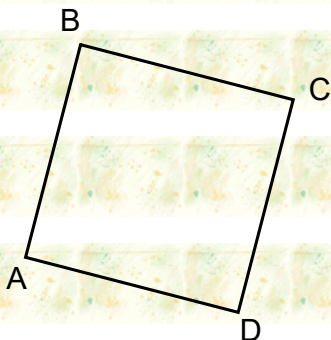
$\perp$

12 19-9:07

Úlohy



- V obrázku sestrojte střed čtverce.
- Bodem C ved'te přímku p rovnoběžnou ss úhlopříčkou BD .

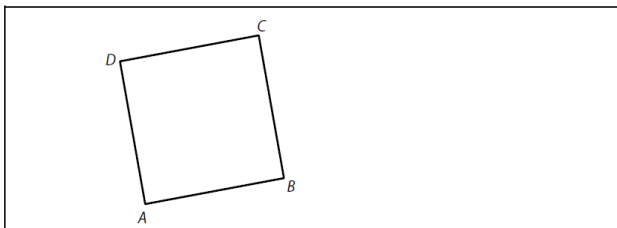


12 19-9:07

Domácí úkol



VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 9



(CZVV)

max. 2 body

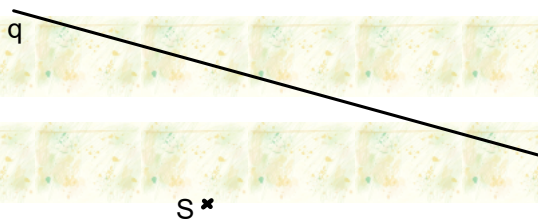
- 9 V obrázku sestrojte střed S daného čtverce $ABCD$.
Vrcholem B ved'te přímku p rovnoběžnou s úhlopříčkou AC .
V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry propisovací tužkou.

12 19-9:07

Úlohy



- V obrázku sestrojte čtverec $ABCD$, který má střed v bodě S , vrchol A na přímce q a uhlopříčku BD rovnoběžnou s přímkou q .

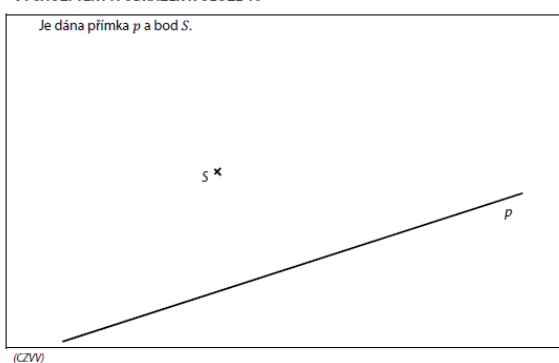


12 19-9:07

Domácí úkol



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

Je dána přímka p a bod S .

(CZVV)

max. 3 body

- 10 V obrázku sestrojte čtverec $ABCD$, který má střed v daném bodě S , vrchol B na přímce p a uhlopříčku AC rovnoběžnou s danou přímkou p .

12 19-9:07

Úlohy



- Setrojte bod Y , aby $|AY| = 2\text{cm}$, $|BY| = 4\text{cm}$



12 19-9:07

Úlohy



- Tři chataři (X_1 , X_2 , X_3) se rozhodli vykopat společnou studnu. Jak mají určit její polohu, jetliže k ní chtějí mít všichni stejně daleko?

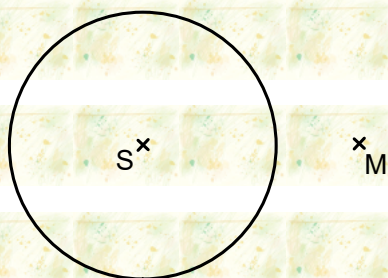
 $\times X_3$ $\times X_1$ $\times X_2$

12 19-9:07

Úlohy



- Je dána kružnice k a bod M . Setrojte bod X tak, aby byl od bodů S a M stejně vzdálen a zároveň ležel na kružnici k .



12 19-9:07

Úlohy



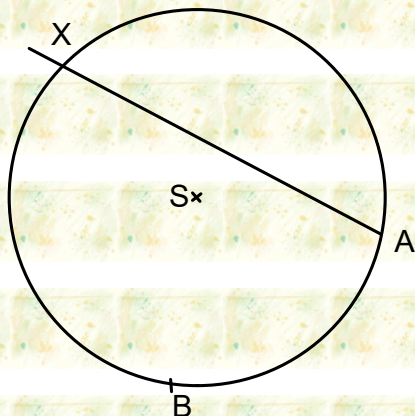
- Načrtněte obecný trojúhelník ABC a kružnici k tomuto trojúhelníku vepsanou.
- Vyznačte těžnici t_c z vrcholu C .
- Průsečík kružnice k a přímky obsahující těžnici t_c označte X .
- Popište konstrukci středu S kružnici vepsané trojúhelníku ABC

12 19-9:07

Úlohy



- Je dána kružnice k opsaná trojúhelníku ABC , dva vrcholy A, B trojúhelníku ABC a polopřímka AX , na níž leží přímka v_a . V obrázku sestrojte vrchol C a doplňte trojúhelník ABC . Popište konstrukci bodu C .



12 19-9:07

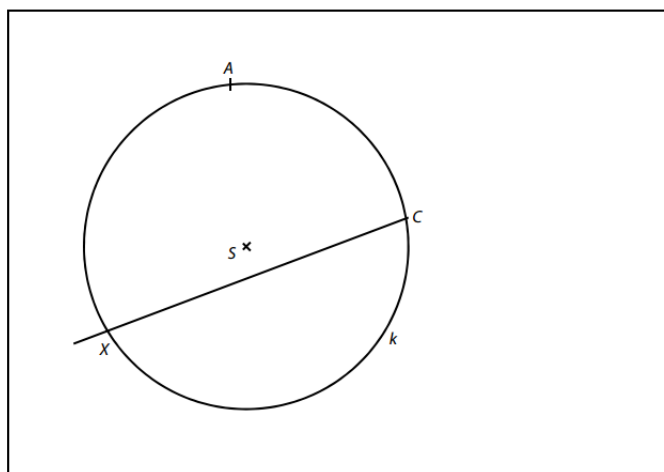
Domácí úkol



Načrtněte obecný trojúhelník ABC a kružnici k tomuto trojúhelníku opsanou. Vyznačte jeho výšku v_c z vrcholu C . Průsečík kružnice k a přímky obsahující výšku v_c označte X ($X \neq C$).

Popište konstrukci středu S kružnice opsané trojúhelníku ABC (symbolicky nebo slovně).

- 8.3 Je dána kružnice k opsaná trojúhelníku ABC , dva vrcholy A, C trojúhelníku ABC a polopřímka CX , na níž leží výška v_c . V obrázku sestrojte vrchol B a doplňte trojúhelník ABC .



- 8.4 Popište konstrukci bodu B (symbolicky nebo slovně).

12 19-9:07

Úloha



V rovině leží bod L a úsečka KM .



$\times$
 L

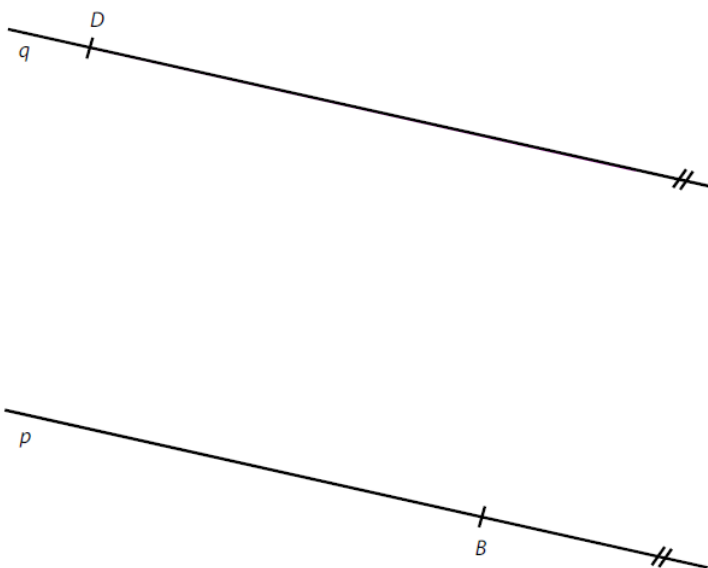
- 9 Na úsečce KM sestrojte takový bod P , aby úhly KLP a PLM byly shodné. Oba úhly narýsujte.

12 19-9:07

Úloha



V rovině leží rovnoběžné přímky p, q . Přímka p prochází bodem B , přímka q bodem D .



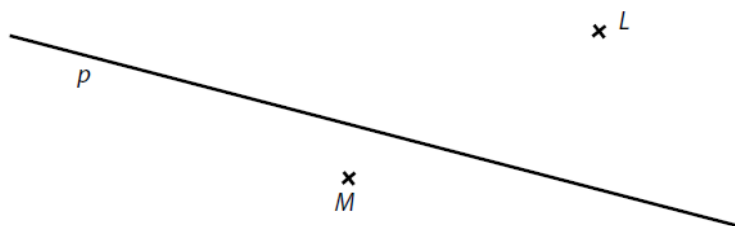
- 10 Body B a D jsou vrcholy rovnoramenného lichoběžníku $ABCD$.
Vrchol A leží na přímce p a vrchol C na přímce q .
V lichoběžníku je velikost vnitřního úhlu při vrcholu B trojnásobkem velikosti úhlu ABD , tedy platí:
 $|\angle ABC| = 3 \cdot |\angle ABD|$
Sestrojte chybějící vrcholy A, C lichoběžníku $ABCD$ a lichoběžník narýsujte.

12 19-9:07

Úloha



V rovině leží přímka p a mimo ni dva různé body M, L .



9 Na přímce p sestrojte **všechny** takové body

9.1 K , aby velikost úhlu KLM byla 60° ;

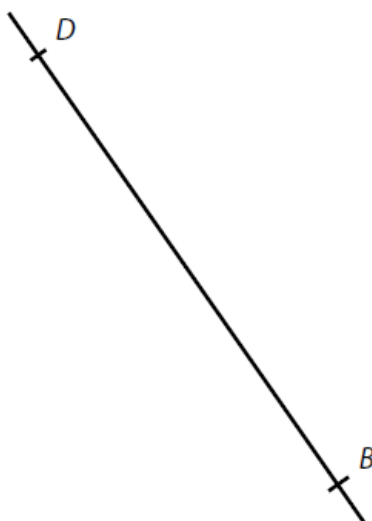
9.2 N , aby vzdálenost bodů M, N byla stejná jako vzdálenost bodů M, L .

12 19-9:07

Úloha



V rovině leží přímka BD .



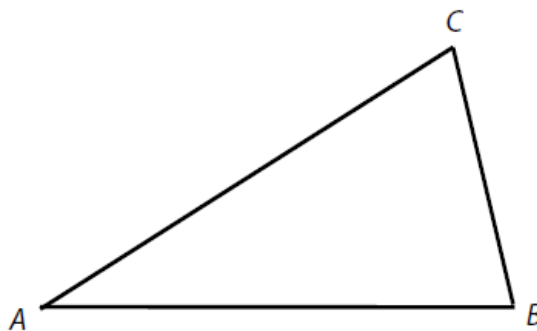
10 Sestrojte chybějící vrcholy A, C čtverce $ABCD$. Čtverec **narýsujte**.

12 19-9:07

Úloha



V rovině je umístěn trojúhelník ABC .



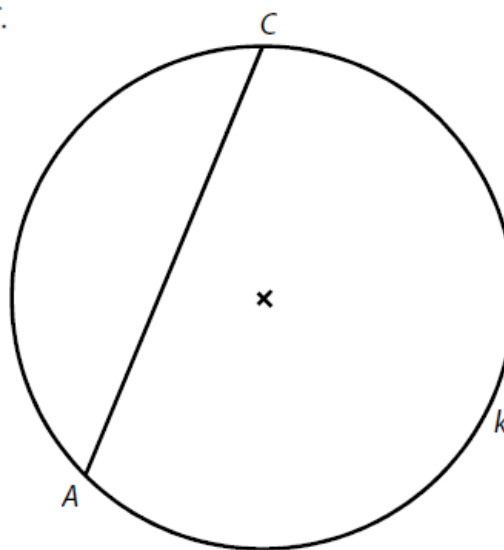
- 9 Sestrojte bod D tak, aby obrazec $ABCD$ tvořil lichoběžník se shodnými úhlopříčkami. Základny lichoběžníku jsou AB a CD . Lichoběžník narýsujte.

12 19-9:07

Úloha



Na kružnici k leží krajní body úsečky AC .



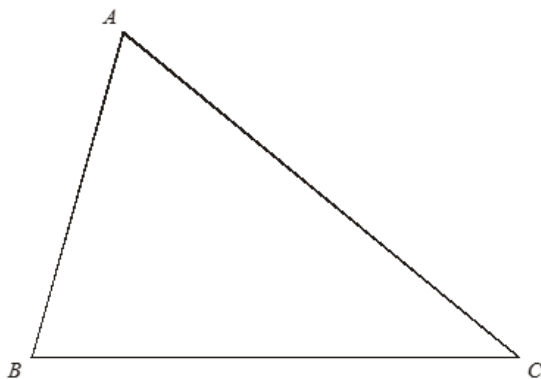
- 10 Sestrojte lichoběžník $ABCD$, jehož všechny vrcholy leží na kružnici k a úhlopříčka AC má stejnou délku jako základna AB .

12 19-9:07

Úloha

Ve výše uvedeném trojúhelníku,

- (i) zkonstruuj osu úhlu ACB ,
- (ii) Zkonstruuj přímku kolmou na A
- (b) Vyznač množinu všech bodů uvnitř trojúhelníku ABC , které jsou od bodu C vzdáleny 7 cm
- (c) Vystínuj oblast uvnitř trojúhelníku, která je blíže k bodu A než k bodu C , blíže k BC než k AC a zároveň je od bodu C vzdálená méně než 7 cm.



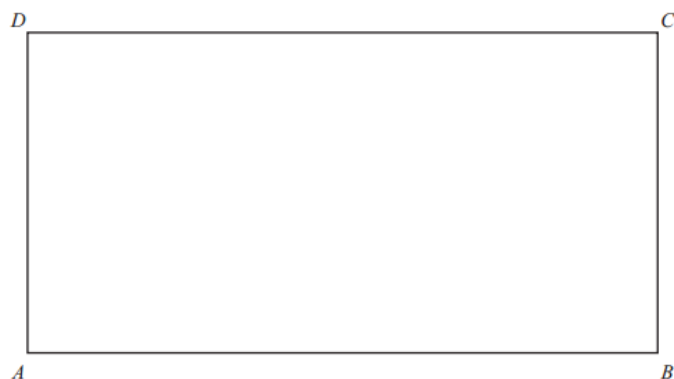
8.4 Popište konstrukci bodu B (symbolicky nebo slovně).

12 19-9:07

Úloha

Obdélník $ABCD$ je náčrtem pravouhlého fotbalového hřiště. Použité měřítko je 1cm....8m

- A) Zkonstruuj množinu bodů, která je uvnitř obdélníku a jejichž vzdálenost od bodu A je 40 metrů.
- B) Použitím pravítka a kružítka zkonstruuj přímku kolmou na DB .
- C) Vystínuj oblast fotbalového hřiště, která je od bodu A vzdálená více jak 40 m a zároveň je blíže bodu D než bodu B .



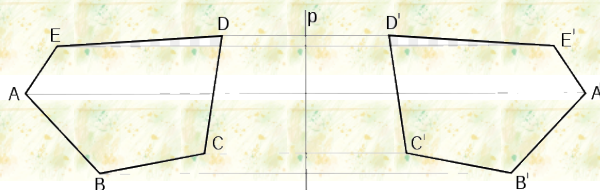
12 19-9:07



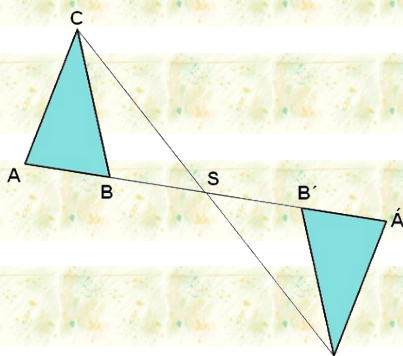
Souměrnosti

- Shodná zobrazení – zobrazený předmět má stejnou velikost jako obraz

Osová souměrnost



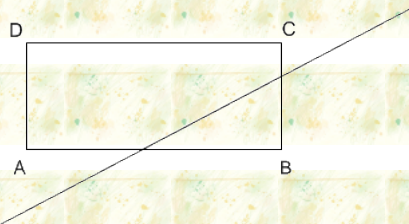
Středová souměrnost



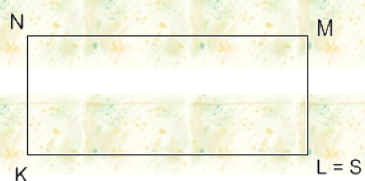
12 19-9:07

Úlohy

- Zobrazte dané útvary ve středové a osově souměrnosti
- a) v osově souměrnosti podle přímky p



- a) ve středové souměrnosti podle bodu S



12 19-9:07

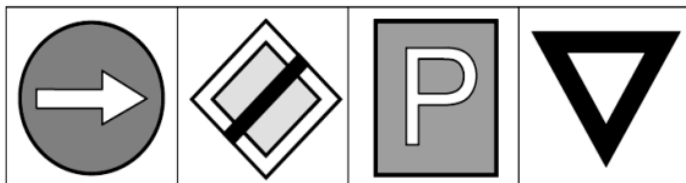


Domácí úkol



Na obrázcích jsou dopravní značky.

1. Která značka na obrázku není souměrná podle středu ani podle osy?
2. Která značka na obrázku je souměrná podle středu i podle osy?



12 19-9:07

Konstrukční úloha



Co obsahuje konstrukční úloha?

- 1) Rozbor
- 2) Zápis konstrukce
- 3) konstrukce
- 4) Diskuze nad počtem řešení

12 19-9:07

Úloha



- Setrojte pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem u vrcholu C , je-li dáno: $|BC| = a = 10\text{cm}$, $|\angle CAB| = \alpha = 45^\circ$

12 19-9:07

Úloha



- Setrojte obdélník $JKLM$, je-li dáno: $|JK| = 2,3\text{cm}$, $|\angle JLM| = \alpha = 60^\circ$

12 19-9:07